

利用奇异谱分析提高极移中长期预报精度*

赵丹宁¹ 雷雨^{2†} 乔海花^{3‡}

(1 宝鸡文理学院电子电气工程学院 宝鸡 721016)

(2 西安邮电大学计算机学院 西安 710121)

(3 中国科学院国家授时中心 西安 710600)

摘要 由于空间大地观测数据传输耗时及处理过程复杂,导致极移测量值的获取存在时延,无法满足对高精度的极移预报值有重大需求的应用领域.针对极移复杂的时变特性,提出一种基于奇异谱分析(singular spectrum analysis, SSA)的预报方法.首先用SSA分离提取极移时序中的高频组分与低频组分;其次建立最小二乘(least square, LS)外推与自回归(Autoregressive, AR)模型对极移高频和低频组分进行组合预报.结果表明,SSA方法能够准确地分离和提取极移低频和高频组分,对低频和高频组分组合预报可以显著改善极移的中长期(30–365 d)预报精度,与国际地球自转和参考系服务局(International Earth Rotation and Reference Systems Service, IERS)提供的A公报中的极移预报值相比,SSA方法对极移PMX分量(本初子午线方向)和PMY分量(西90°子午线方向)的中长期预报精度改进最高分别可达45.97%和62.44%.研究结果验证了SSA方法对极移中长期预报改进的有效性.

关键词 天体测量学; 参考系; 地球自转; 极移; 方法; 数据分析

中图分类号: P127; **文献标识码**: A

1 引言

地球定向参数(Earth Orientation Parameter, EOP)是实现国际地球参考系和国际天球参考系相互转换的必需参数,包括极移、世界时(Universal time, UT1)、岁差和章动.全球定位系统(Global Positioning System, GPS)、甚长干涉基线测量(Very Long Baseline Interferometry, VLBI)及星载多普勒无线电定位系统(Doppler Orbitography and Radio-positioning Integrated by Satellite, DORIS)等空间大地测量技术可测量整套的EOP参数,建立国际地球参考架与国际天球参考架的直接连

接.然而,由于数据传输延迟和复杂的数据处理过程,EOP的获取存在1–7 d的滞后性^[1],而深空探测器追踪和卫星精密定轨等领域对EOP短期预报值具有重大需求^[2],EOP中长期预报值则在卫星自主导航和天文地球动力学研究具有重要应用^[3],因此,对EOP进行短期和中期预报至关重要.

EOP中的极移参数定义为地球瞬时自转轴在地球本体内的运动,极移在地极坐标中包括PMX(本初子午线方向)和PMY(西90°子午线方向)两个分量,现代空间测地技术对极移的测定精度可达0.1 mas量级^[4].受大气、海洋和陆地水圈等多种

2023-01-03收到原稿, 2023-03-27收到修改稿

*国家自然科学基金项目(11503031), 陕西省自然科学基金基础研究计划(2022-JM031、2023-JC-YB-057)和中国科学院青年创新促进会项目资助

[†]leiyu@xupt.edu.cn

[‡]qiaohh@ntsc.ac.cn

激发因素的影响, 极移在不同时间尺度上存在不规则变化, 导致极移的预报精度随着预报时间的增加而迅速降低. 极移提前10 d的预报精度约为4 mas, 提前90 d的预报精度约为20 mas, 因此, 极移的时变特性导致其预报性较差, 尤其是极移中长期预报效果不理想. 为了改进极移的预报效果, 学者们提出多种预报模型, 例如最小二乘(least square, LS)外推模型^[5]、时间序列分析模型^[6]、神经网络^[7]、模糊推理系统^[8]、自协方差模型^[9]和联合有效角动量函数的多参数极移模型^[10-11]等. LS外推、自回归(Autoregressive, AR)模型和自协方差模型易于理解、建模简单; 神经网络和模糊推理系统属于机器学习方法, 建模比较复杂, 并且预报效果受模型参数影响较大; 联合有效角动量的多参数模型预报效果较好, 但受地表流体角动量预报数据的限制, 通常只能应用于极移短期预报. 为比较各种预报模型的预报性能, 第1届EOP预报比较项目(Earth Orientation Parameters Prediction Comparison Campaign, EOP PCC)对多种模型的EOP预报值进行了分析和评估, 比较结果显示没有一种模型可以对所有EOP参数和任意跨度的EOP预报精度(平均绝对误差)都达到最优, 各种方法的预报精度可参考Kalarus等^[12]. 在各种预报方法中LS外推和AR模型的组合对极移的预报精度较高^[13], 是应用比较广泛的方法, 国际地球自转和参考系服务局(International Earth Rotation and Reference Systems Service, IERS)快速产品服务中心的A公报目前就是利用LS外推和AR组合模型产生极移预报值.

受大气、海洋和陆地水圈等多种激发因素的影响, 极移不仅存在钱德勒摆动和周年摆动, 还存在各种不规则的短周期变化. 钱德勒摆动和周年摆动主要影响极移中长期预报, 而短周期变化主要影响极移短期预报, 因此, 对于极移中长期预报需要着重考虑钱德勒摆动和周年摆动. 为提高极移中长期预报精度, 有学者采用小波分析和经验模态分解等时频分析技术对极移时序先进行分解^[13-14], 提取极移时序中的趋势项、周期项和不规则项, 然后再利用最小二乘外推和自回归模型对趋势项、周期项和不规则项分别外推预测, 研究显示时序分

解法能提高极移的预报效果. 奇异谱分析(singular spectrum analysis, SSA)是新颖的非线性非平稳信号处理方法, 它能够从小样本观测信号中提取有用信息, 并且利用提取到的信息对信号进行周期识别、趋势分析、消噪处理及信号重构^[15]. SSA是经验正交函数的一种展开形式, 其优点是无需假设任何参数模型, 也不受信号平稳性条件的限制, 具有识别、强化周期振荡信号的功能, 适用于周期振荡信号叠加的信号分析和处理. 本文针对极移复杂的时变特性, 充分考虑和顾及极移的高频组分和低频组分对预报的影响, 引入SSA方法分离和提取高频组分和低频组分, 采用LS外推和AR模型对高频组分和低频组分进行组合预报. 结果表明, 将SSA方法引入到极移预报中能够显著降低极移的中长期(30-365 d)预报的平均绝对误差.

2 极移时序的奇异谱分析

2.1 奇异谱分析原理

设 x_1, x_2, \dots, x_N 是一组长度为 N 的一维观测时间序列, SSA能将时序分解为周期性、趋势性及拟周期性等具有不同变化特性的数据子序列, 以实现原始时序信号识别、消噪处理及信号重构等目的. SSA的主要计算步骤如下所述^[15].

(1)构建时滞性矩阵. 若窗口长度为整数 M ($1 < M < N/2$), 则构建的时滞性矩阵 \mathbf{X} 可表示为

$$\mathbf{X} = [\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2, \dots, \mathbf{X}_{N-M+1}]$$

$$= \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & \cdots & x_{N-M+1} \\ x_2 & x_3 & \cdots & x_{N-M+2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_M & x_{M+1} & \cdots & x_N \end{bmatrix}, \quad (1)$$

时滞性矩阵 \mathbf{X} 的每行、每列为原始时序的子序列, $\mathbf{X}_i = [x_1, x_2, \dots, x_{i+M-1}]^T$, 其中, $1 \leq i \leq N - M + 1$.

(2)奇异值分解. 若矩阵 $\mathbf{S} = \mathbf{X}\mathbf{X}^T$, 计算 \mathbf{S} 的特征值, 且将特征值大小降序排序($\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_M \geq 0$), 矩阵对应的特征向量是 U_1, U_2, \dots, U_M . 若 $d = \text{rank}(\mathbf{X})$, $\mathbf{V}_k = \mathbf{X}^T U_k / \sqrt{\lambda_k}$,

$k = 1, 2, \dots, d$, 则时滞性矩阵 \mathbf{X} 可表示为

$$\mathbf{X} = \mathbf{X}_1 + \mathbf{X}_2 + \dots + \mathbf{X}_d, \quad (2)$$

式中, 矩阵 $\mathbf{X}_k = \sqrt{\lambda_k} \mathbf{U}_k \mathbf{V}_k^T$, $\sqrt{\lambda_k}$ 为矩阵的奇异值.

(3) 对角平均. 将初等矩阵重新转化成长度为 N 的新时序, 称为重构分量(reconstructed component, RC), 重构分量之和与原始时序相等. 假设矩阵 $\mathbf{Z} = \mathbf{X}_k$, $z_{i,j}$ 是经对角平均得到的重构分量, $i = 1, 2, \dots, M$, $j = 1, 2, \dots, N$. 设 $M^* = \min(M, N - M + 1)$, $K^* = \max(M, N - M + 1)$, 若 $M > K^*$, 则使 $z_{i,j}^* = z_{j,i}$, 否则使 $z_{i,j}^* = z_{i,j}$, 对角平均公式可表示为

$$z_i = \begin{cases} \frac{1}{i} \sum_{m=1}^{K^*} z_{m,i-m+1}^*, & 1 \leq i < M^*, \\ \frac{1}{M^*} \sum_{m=1}^{M^*} z_{m,i-m+1}^*, & M^* \leq i < K^*, \\ \frac{1}{N-i+1} \sum_{m=i-K^*+1}^{N-K^*+1} z_{m,i-m+1}^*, & K^* \leq i \leq N. \end{cases} \quad (3)$$

极移序列中包含长期趋势变化、钱德勒摆动、周年摆动信号以及不规则的短周期变化信号, 利用 w-correlation 分析重构分量之间的相关性, 将信号特征相似的重构分量分组. 将重构分量用 $\mathbf{Y}^{(i)}$ 、 $\mathbf{Y}^{(j)}$ 表示, 则重构分量之间的 w-correlation 可表示为^[16]:

$$\rho_{i,j} = \frac{(\mathbf{Y}^{(i)}, \mathbf{Y}^{(j)})}{\|\mathbf{Y}^{(i)}\| \cdot \|\mathbf{Y}^{(j)}\|}, \quad 1 \leq i, j \leq M, \quad (4)$$

式中, $\|\mathbf{Y}^{(i)}\| = \sqrt{(\mathbf{Y}^{(i)}, \mathbf{Y}^{(i)})}$, $(\mathbf{Y}^{(i)}, \mathbf{Y}^{(j)}) = \sum_{k=1}^N w_k y_k^{(i)} y_k^{(j)}$, w_k 为权重系数, 其定义为 $w_k = \min(k, M, N - k)$, 其中 k 为重构分量 $\mathbf{Y}^{(i)}$ 的下标. $\rho_{i,j}$ 的绝对值越接近于 1, 说明重构分量 $\mathbf{Y}^{(i)}$ 、 $\mathbf{Y}^{(j)}$ 之间的相关性越强, 应该把它们视为同一信号分量.

2.2 分析结果

IERS 提供的 EOP 14 C04 序列是通过 DORIS、GPS 和 VLBI 等多种空间大地观测资料联合解算得

到的, 具有极高的测量精度, 本文采用 EOP 14 C04 序列中采样间隔为 1 d 的极移数据进行分析. 利用 SSA 方法对时间序列数据进行分析时, 重点是确定窗口长度 M , 通常而言, 当窗口长度 $1 < M < N/3$ 时, 能较好地识别周期 $M/5 \sim M$ 的周期信号^[17]. 对于周期振荡频率已知的极移时间序列, 钱德勒摆动和周年摆动信号显著, 并且这两个信号是影响极移预报精度的主要因素, 因此, 本文以分离和提取钱德勒摆动和周年摆动信号为目标, 选择窗口长度 $M = 730$.

限于篇幅, 本文仅以 2003-01-01—2014-12-31 期间的极移 PMX 分量和 PMY 分量数据序列为例, 利用 SSA 方法对该时段序列进行处理与分析, 将 SSA 分解得到的前 100 阶 RC 对应的奇异值贡献率 (取以 10 为底的对数) 绘于图 1, 奇异值贡献率计算公式如下式:

$$\eta_k = \frac{\lambda_k}{\sum_{i=1}^M \lambda_i}. \quad (5)$$

从图 1 可以看到, 奇异值贡献率较大的 RC 集中在前若干阶, 为更加直观清楚地展示极移 PMX 和 PMY 分量的 RC 奇异值贡献率, 将 SSA 前 8 阶 RC 的奇异值贡献率列于表 1, PMX 和 PMY 分量的前 8 阶 RC 序列分别如图 2 和 3 所示, 这些 RC 之间的 w-correlation 分析结果如图 4 所示. 从表 1 和图 2-3 可以看到, PMX 和 PMY 分量的 1 阶 RC 的奇异值贡献率最大, 分别为 25.43% 和 62.28%, 对应极移趋势信号; 2 阶和 3 阶 RC 的奇异值贡献率仅次于 1 阶 RC, 且 2 阶和 3 阶 RC 的奇异值贡献率比较接近, 其中, PMX 分量的 2 阶和 3 阶 RC 的奇异值贡献率分别为 22.79% 和 21.02%, PMY 分量的 2 阶和 3 阶 RC 的奇异值贡献率分别为 12.09% 和 11.29%. 从图 4 可以看到, PMX、PMY 分量的 2 阶和 3 阶 RC 之间的相关系数均大于 0.9. 根据 SSA 原理, 当序列中存在某一周期信号时, SSA 将其分解得到一对接近相等的特征值, 即当两个相邻 RC 之间的相关系数大于一定的阈值 (通常大于 0.8), 则判断属于同一周期信号^[18], 因此 2 阶和 3 阶 RC 属于同一周期信号, 结合图 2-3 可以判断这两个 RC 对应钱德勒摆动项. PMX、PMY 分量

的4阶和5阶RC的奇异值贡献率也比较接近, 它们之间的相关系数大于0.8, 同样可以判断属于同一周期信号, 代表周年摆动项. PMX和PMY分量6阶以后的RC的奇异值贡献率相对较小, 在2%以下,

阶次越高, 贡献率越小, 这些RC表现为准周期性振荡, 变化规律没有前5阶RC那样明显, 代表亚季节性准周期信号. 图2-3中给出的各RC的振荡序列特征与表1中列出的奇异值贡献率对应得很好.

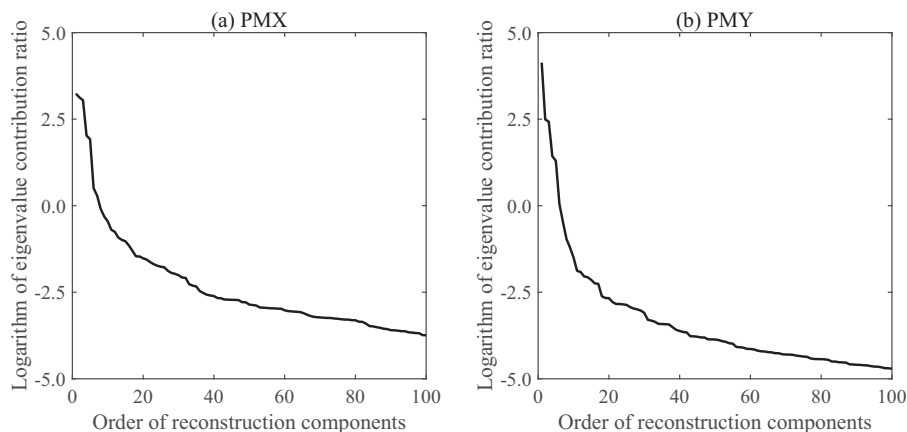


图 1 RC 的奇异值贡献率分布

Fig. 1 Distribution of the eigenvalue contribution ratio of the RC

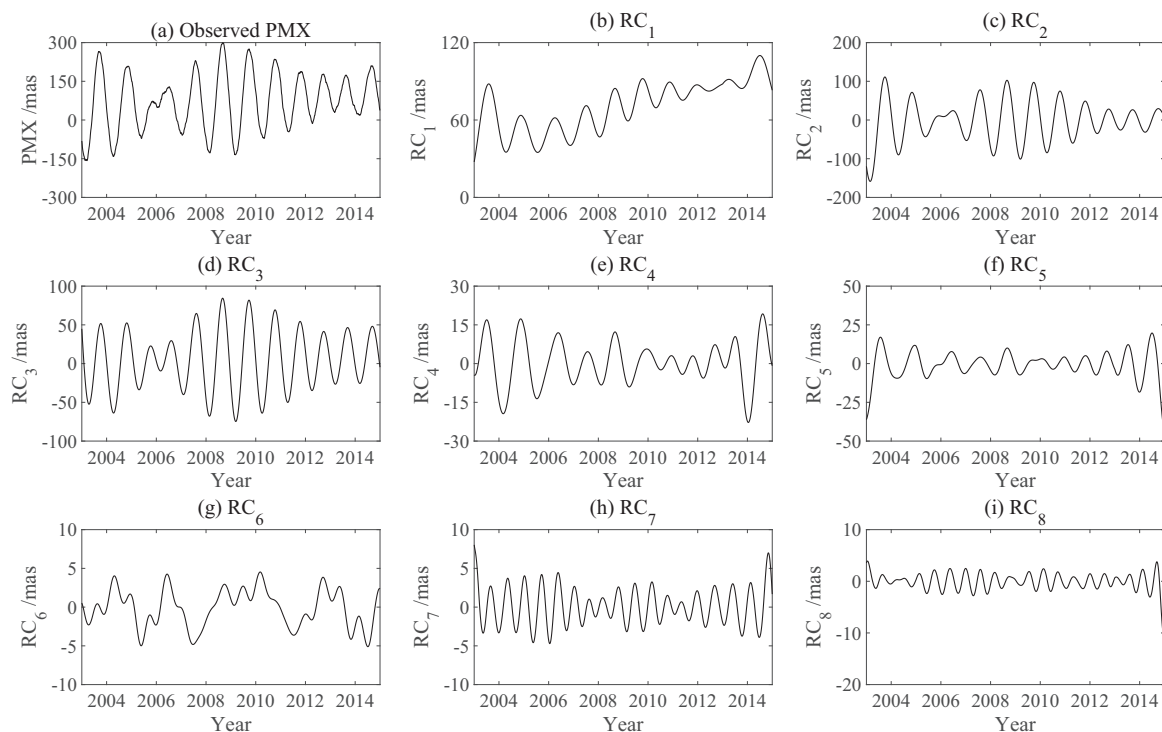


图 2 极移PMX分量2003-01-01—2014-12-31数据序列的前8阶RC

Fig. 2 First eight order RC of the PMX component time-series of polar motion between Jan 1, 2003 and Dec 31, 2014

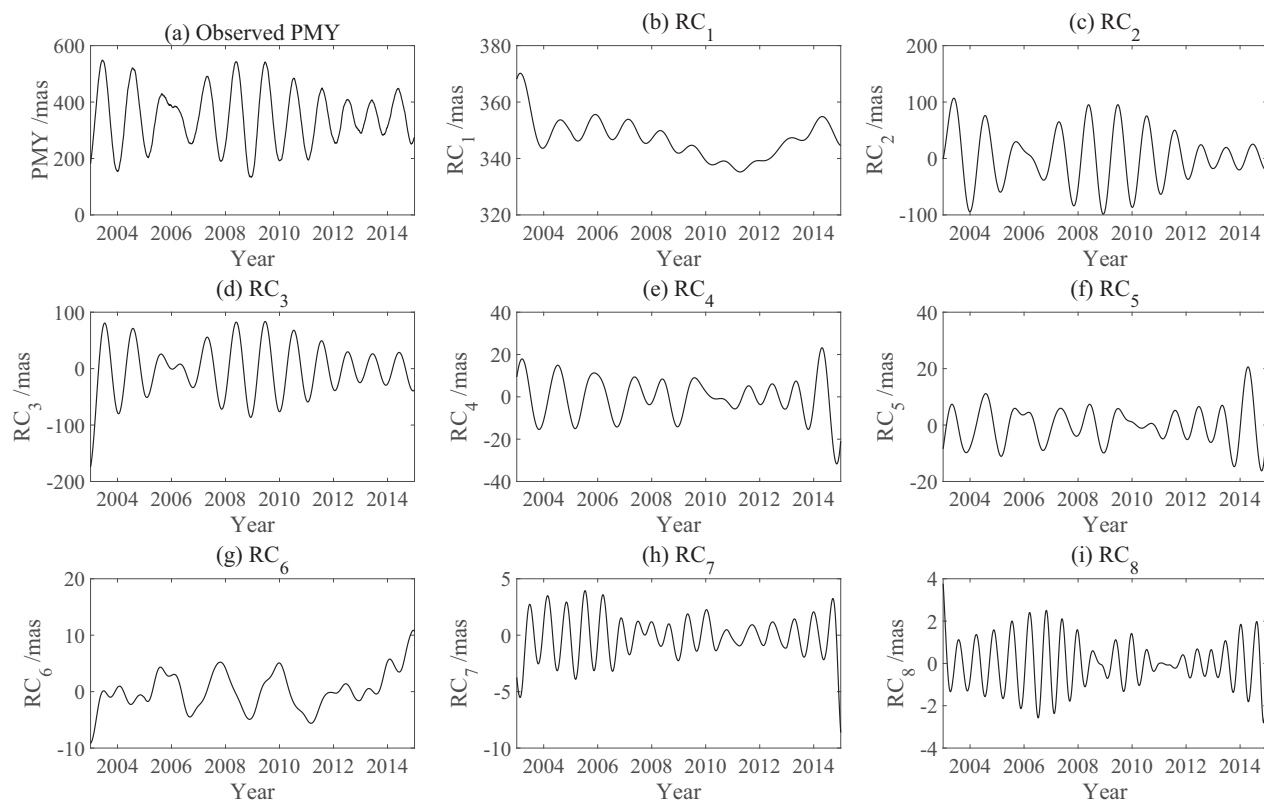


图3 极移PMY分量2003-01-01—2014-12-31数据序列的前8阶RC

Fig. 3 First eight order RC of the PMY component time-series of polar motion between Jan 1, 2003 and Dec 31, 2014

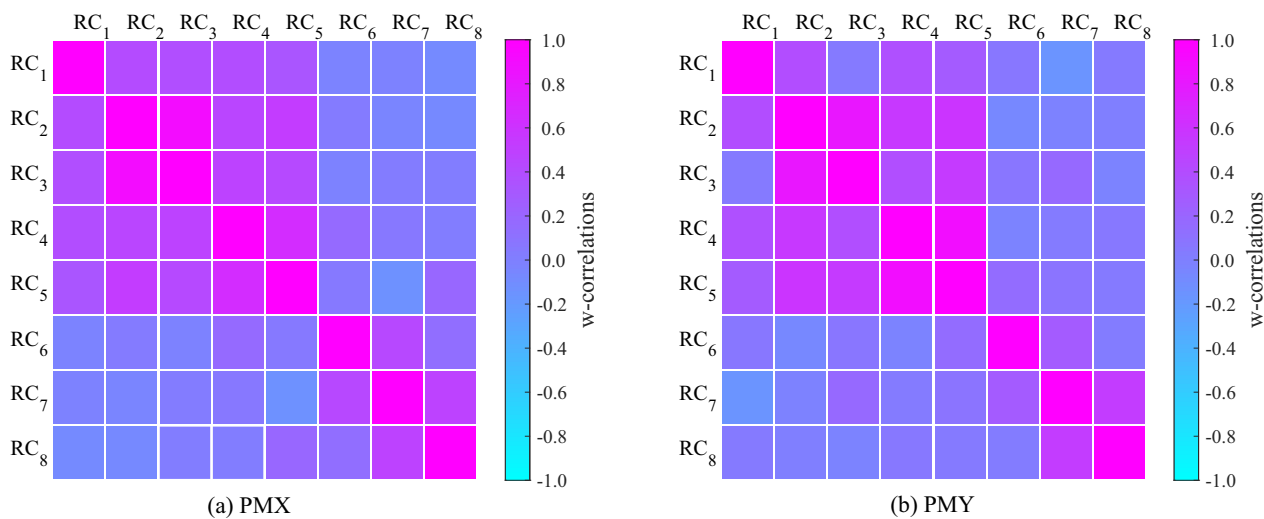


图4 SSA前8阶RC的w-correlation

Fig. 4 w-correlations between the first eight order RC with SSA

表 1 SSA前8阶奇异值贡献率
Table 1 Contribution ratio of the first eight order eigenvalue with SSA

RC	PMX (%)	PMY (%)
1	25.43	62.28
2	22.79	12.09
3	21.02	11.29
4	7.57	4.18
5	6.83	3.65
6	1.66	1.06
7	1.34	0.63
8	0.91	0.38

考虑到前5阶RC的奇异值贡献率较大且属于低频信号, 故将前5阶RC线性叠加后构成极移低频组分, 而将剩余RC线性叠加后构成极移高频组分,

如图5-6所示. 从图5-6可以看到, 将前5阶RC叠加后构成的极移低频组分与原始极移序列符合得很好, 重构低频组分能够表现原始极移序列的整体变化趋势; 剩余RC之和构成的极移高频组分表现为不规则的非线性变化, 适合于利用时间序列分析模型对其进行预测. 为检测极移低频组分和原始极移序列中的周期振荡信号, 利用快速傅里叶变换(Fast Fourier Transform, FFT)对极移低频组分和原始极移序列进行频谱分析, 结果也在图5-6中给出. 从图5-6可以看到, 原始极移序列和低频组分中都包含周期为438 d的钱德勒摆动和周期为365 d的周年摆动信号, 表明低频组分中的主周期振荡信号与原始序列相同; 从频谱图中还可以发现, 除了极移序列中的钱德勒摆动和周年摆动信号, 极移序列中还含有振幅较小、周期约为500 d的年际信号^[19-20]. 上述分析结果表明, SSA方法能够很好地分离和提取极移序列中的低频组分和高频组分.

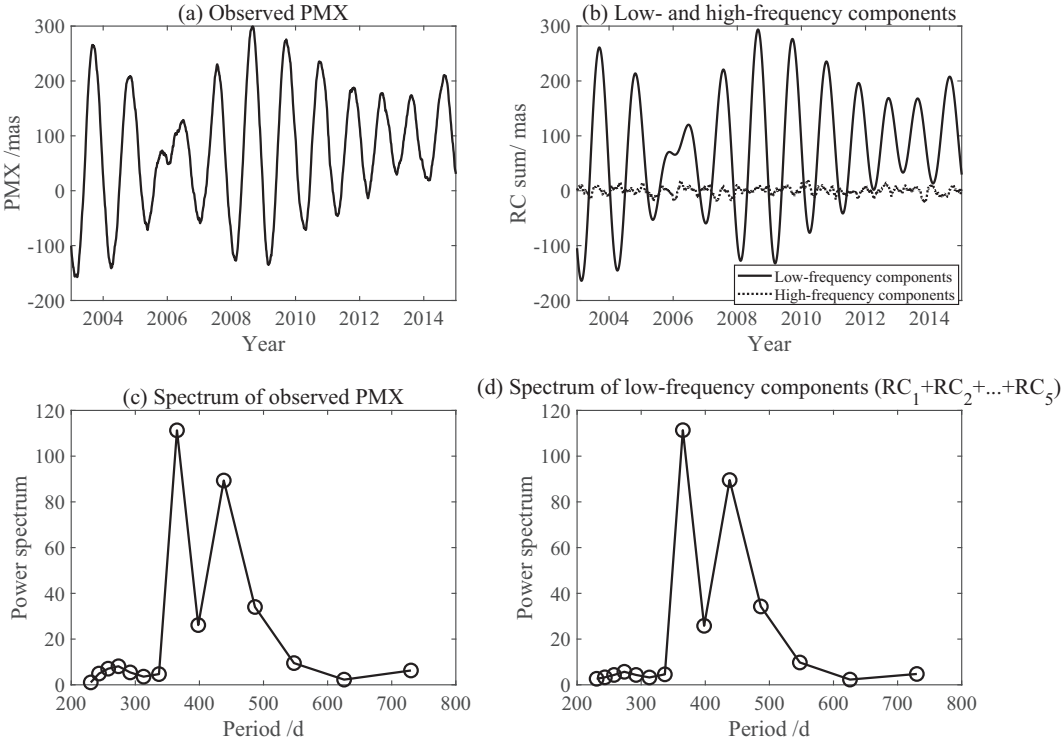


图 5 极移PMX分量的观测时序、高频分量、低频分量及频谱. (a)观测时序; (b)高频和低频分量; (c)观测时序的频谱; (d)低频分量的频谱.

Fig. 5 Observed time-series, high- and low-frequency components of the X component of polar motion and their frequency spectrum. (a) Observed time-series; (b) High- and low-frequency components; (c) Frequency spectrum of observed time-series; (d) Frequency spectrum of low-frequency components.

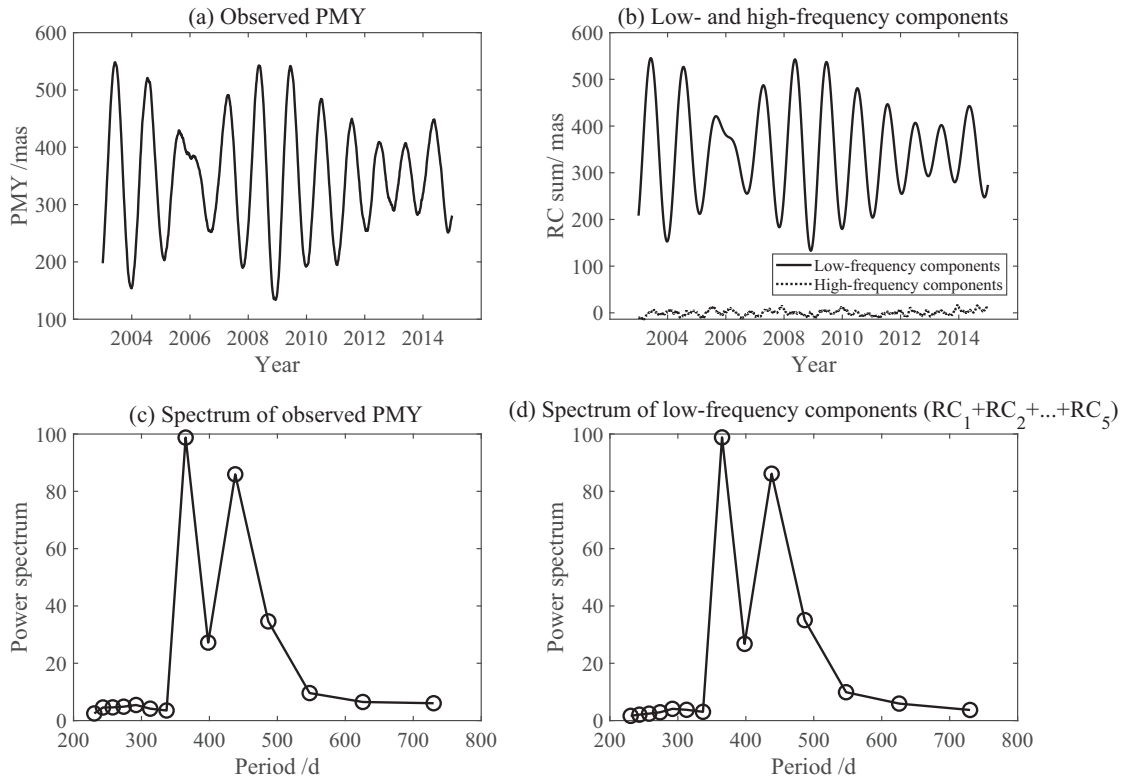


图6 极移PMY分量的观测时序、高频分量、低频分量及频谱。(a)观测时序;(b)高频和低频分量;(c)观测时序的频谱;(d)低频分量的频谱。

Fig.6 Observed time-series, high- and low-frequency components of the Y component of polar motion and their frequency spectrum. (a) Observed time-series; (b) High- and low-frequency components; (c) Frequency spectrum of observed time-series; (d) Frequency spectrum of low-frequency components.

3 预报模型

与采用SSA直接对极移进行预报的方法不同, 本文充分考虑和顾及极移的低频组分和高频组分, 利用SSA能够分离和识别复杂信号的周期分量, 特别是极大地改善周期分量的分辨率的优良特性, 构建LS+AR组合模型对低频组分和高频组分分别预测, 进一步提高极移预报精度. 基于SSA的极移预报流程如下: 首先利用SSA分离和提取极移序列中的低频组分(包括钱德勒摆动项、周年摆动项和长期趋势项)和高频组分, 然后针对极移序列中的低频组分建立一个LS外推模型, 具体方法为先利用一段低频组分序列进行最小二乘拟合求解先验模型参数, 得到低频组分的外推值及最小二乘残差, 然后运用AR模型对高频组分及最小二乘残差之和建模预测, 极移最终预报值为LS外推值和AR预测值

之和. 图7给出了基于SSA的极移预报流程。

3.1 最小二乘外推模型

对于极移低频组分, LS外推模型包含线性趋势项、钱德勒摆动项和周年摆动项, 先验模型的数学表达式为

$$f(t) = a + bt + c_1 \cos(\varpi_1 t) + d_1 \sin(\varpi_1 t) + c_2 \cos(\varpi_2 t) + d_2 \sin(\varpi_2 t), \quad (6)$$

式中, $t = 1, 2, \dots, N$, N 表示极移观测序列的长度, ϖ_1 和 ϖ_2 分别表示钱德勒摆动角频率和周年摆动角频率; a 和 b 表示极移的趋势参数; c_1 和 d_1 表示钱德勒摆动参数; c_2 和 d_2 表示周年摆动参数; a 、 b 、 c_1 、 d_1 、 c_2 和 d_2 这6个未知参数可以通过最小二乘法进行求解。

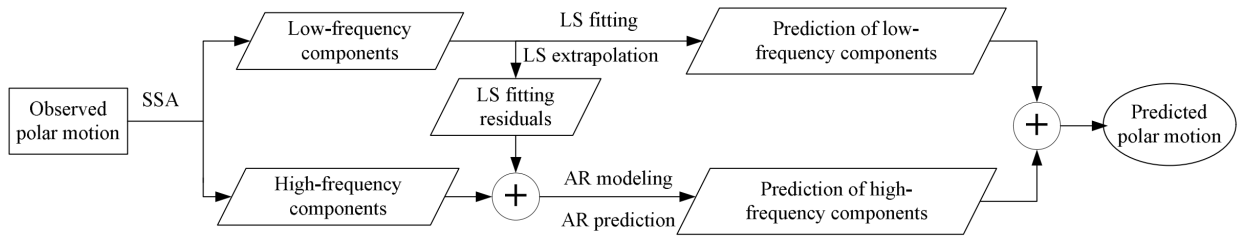


图 7 基于SSA的极移预报流程

Fig. 7 Flowchart of polar motion prediction based on the SSA

3.2 自回归模型

假设平稳随机时序为 $\{u_t, t = 1, 2, \dots, N\}$, 自回归模型描述了当前时刻的随机变量值与前 p 个随机变量值的线性组合及误差项之间的函数关系, p 阶自回归模型的数学表达式为^[21]

$$u_t = \sum_{i=1}^p \varphi_i u_{t-i} + \xi_t, \quad (7)$$

式中, ξ_t 表示高斯白噪声; φ_i 表示自回归模型的系数, $i = 1, 2, \dots, p$, 本文通过求解尤尔-沃克方程确定模型系数.

自回归模型的阶数 p 关乎AR模型的泛化能力. 本文利用赤池信息论准则(Akaike's Information Criterion, AIC)优化选取自回归模型的阶数^[22]:

$$\text{AIC}(p) = \ln \sigma_p^2 + \frac{2p}{N}, \quad (8)$$

式中, σ_p 代表自回归模型的拟合残差的标准差, 当 $p = 1, 2, \dots, \sqrt{N}$, $\text{AIC}(p)$ 取得最小值时所对应的 p 即为自回归模型的最佳阶数.

4 模型验证

4.1 精度评估指标

利用预报绝对误差(absolute error, AE)、预报平均绝对误差(mean absolute error, MAE)对预报精度进行分析评估, 预报AE、预报MAE的计算方法分别表示为^[12]

$$\text{AE}_{h,c} = |P_c^{(h)} - O_c^{(h)}|, \quad (9)$$

$$\text{MAE}_h = \frac{1}{n} \sum_{c=1}^n \text{AE}_{h,c}, \quad (10)$$

式中, h 代表预报跨度; n 代表预报期数; $P_c^{(h)}$ 、 $O_c^{(h)}$ 分别代表 c 点的预报值、观测值.

4.2 与LS+AR模型的比较

选择2003-01-01—2019-10-25期间的极移数据进行预报试验, 其中, 2015-01-01—2019-10-25为预报期, 每隔7 d预报一期, 基础建模数据的长度为12 yr, 每期预报后建模数据也随之更新, 一共进行了200期预报.

为验证SSA方法对LS外推和AR组合模型的极移预报改善情况, 分别利用LS+AR模型和SSA+LS+AR模型对极移进行1—365 d的预报, 图8为两种模型在2015-01-01—2019-10-25期间的预报AE. 从图8可以看到, 两种方法的最大预报AE均出现在2017年, 且2017年的预报AE明显大于其他年, 这可能与2017年发生的La Nina (拉尼娜)事件有关; LS+AR模型对极移PMX和PMY分量的最大预报AE分别超过60 mas和90 mas, 而SSA+LS+AR模型对极移PMX分量的最大预报AE小于50 mas, 对极移PMY分量的最大预报AE小于80 mas, SSA+LS+AR模型的预报AE明显小于LS+AR模型; LS+AR模型的预报AE中含有周期性效应, 说明受极移高频分量的影响, 直接对极移序列进行最小二乘拟合无法充分反映钱德勒项和周年项的变化特征, 从而在预报AE中出现残余的周期项拟合和外推误差, 而SSA+LS+AR方利用不同模型对极移低频分量和高频分量分别预测能够降低预报AE.

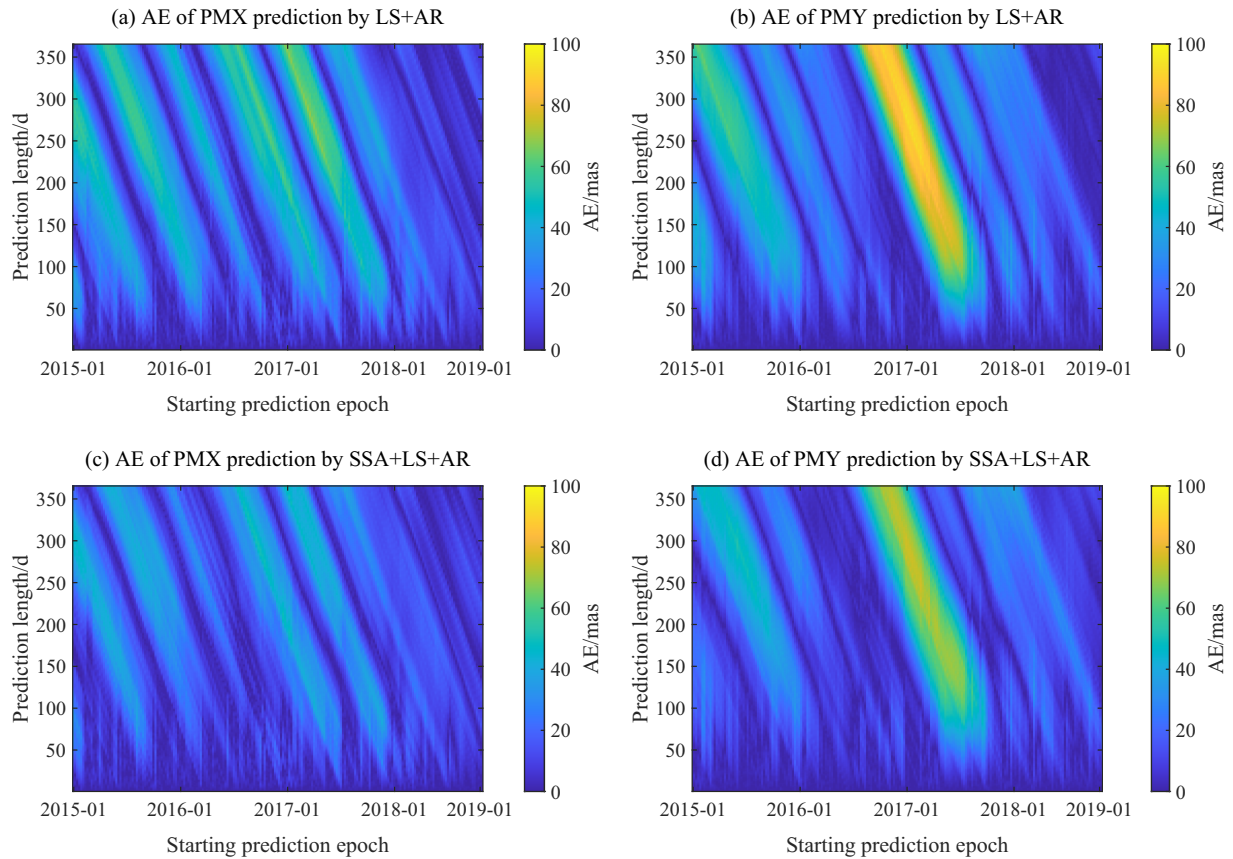


图 8 LS+AR和SSA+LS+AR模型的预报AE

Fig. 8 AE of the prediction of the LS+AR and SSA+LS+AR models

为定量分析SSA+LS+AR模型相对于LS+AR模型的极移预报改善效果,表2给出了LS+AR模型和SSA+LS+AR模型在不同预报跨度上的MAE.从表2可以发现,SSA+LS+AR模型相对于LS+AR模型在各个跨度上预报精度均有一定程度的提高,其中,对于1–10 d跨度的极移超短期预报,精度提高在10%以内,从30 d跨度开始,SSA+LS+AR模型的预报精度提高比较明显,对极移PMX和PMY分量的预报精度最大分别提高32.89%和23.14%,且PMX分量的预报精度提高维持在20%以上,PMY分量的预报精度提高维持在15%以上. SSA+LS+AR模型对于极移中长期预报精度改善更为显著,说明钱德勒摆动和周年摆动信号主要影响极移中长期预报,验证了SSA分离和提取钱德勒摆动和周年摆动信号的有效性.

4.3 与IERS A公报的比较

为进一步验证SSA模型对极移预报的改善效果,将SSA+LS+AR模型的预报结果与IERS A公报2019年第1–52周提供的极移预报结果进行对比分析,预报时段为2019-01-01—2020-12-25.以IERS EOP 14 C04序列作为参考,分别计算本文预报结果和IERS A公报预报结果的平均绝对误差,结果如图9所示,图9中蓝色实线表示IERS A公报的平均绝对误差,蓝色虚线表示SSA+LS+AR模型的平均绝对误差,红色实线表示SSA+LS+AR模型相对于IERS A公报的平均绝对误差改善率.从图9可以看到,对于1–30 d的短期预报,本文方法的预报精度低于IERS A公报的结果;对于30 d以上的中长期预报,IERS A公报的极移预报误差随着预报跨度的增加而快速增大,误差发散很快,而本文方法的

预报结果虽然在预报前期不如IERS A公报的结果,但在30 d以后的预报中精度较高,预报精度显著优于IERS A公报的结果,对极移PMX和PMY分量的预报精度最大分别提高45.97%和62.44%. 在本文

中,极移PMY分量的预报效果优于PMX分量,其主要原因是极移PMY分量的数据规律性更强,此外,极移预报结果和预报时段也存在着一定的关系.

表 2 LS+AR和SSA+LS+AR模型在不同预报跨度上的MAE (mas)
Table 2 Statistics of the MAE (in unit of mas) for the LS+AR and SSA+LS+AR models under different prediction lengths

Prediction length/d	LS+AR		SSA+LS+AR		Improved percentage	
	PMX	PMY	PMX	PMY	PMX	PMY
1	0.26	0.21	0.26	0.21	0.00%	0.00%
5	1.64	1.18	1.58	1.13	3.66%	4.24%
10	3.23	2.15	3.03	1.99	6.19%	7.44%
30	8.17	6.29	6.53	5.38	20.07%	14.47%
60	15.73	14.00	11.15	10.76	29.07%	23.14%
90	20.83	20.86	13.98	16.09	32.89%	22.87%
120	22.77	24.06	15.74	18.90	30.87%	21.45%
180	24.59	25.75	17.07	20.40	30.58%	20.78%
240	27.91	27.94	20.75	22.04	25.65%	21.12%
300	26.53	28.95	20.61	23.70	22.31%	18.13%
365	25.83	28.75	19.03	24.17	26.34%	15.93%

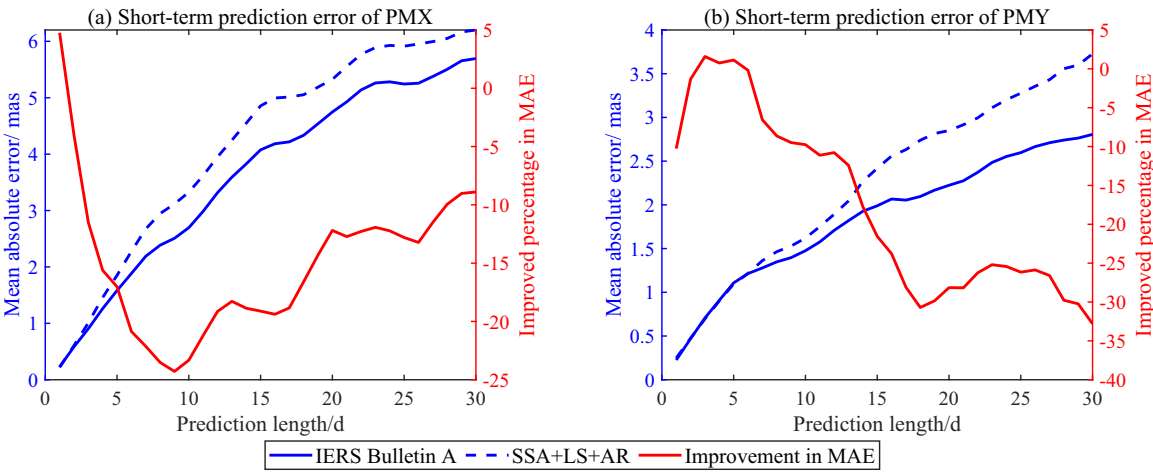


图 9 SSA+LS+AR模型和IERS A公报的预报MAE

Fig. 9 MAE of the prediction of the SSA+LS+AR model and IERS Bulletin A

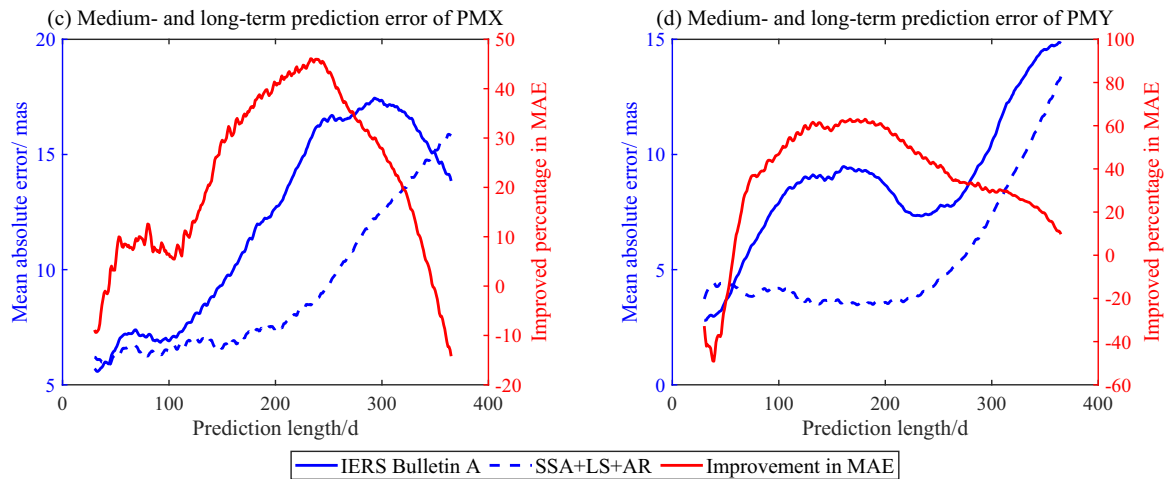


图9 续

Fig.9 Continued

5 总结与展望

针对极移复杂的时变特性, 引入SSA方法分离和提取极移低频组分和高频组分, 极移序列的奇异谱分析结果表明, SSA方法能很好地分离和提取极移序列中的低频组分和高频组分. 充分考虑和顾及极移低频组分和高频组分对极移预报的影响, 建立LS+AR模型对低频组分和高频组分进行组合预报, 预报结果表明, 利用SSA方法能够提高极移预报精度, 尤其是中长期预报提高非常明显, 与IERS A公报的极移预报结果相比, 本文方法1–30 d跨度的短期预报精度低于IERS A公报结果, 但30 d以后的中长期预报精度显著优于IERS A公报结果, PMX分量和PMY分量的预报精度改进最高分别可达45.97%和62.44%, 验证了SSA方法对极移的中长期预报结果改进的有效性.

致谢 感谢审稿人对文章提出的宝贵建议, 使得文章的质量有了显著的提高. 感谢IERS提供的极移数据.

参考文献

- [1] Kehm A, Hellmers H, Blobfeld M, et al. JGeod, 2023, 97: 3
- [2] Dill R, Dobsław H. JGeod, 2010, 84: 529
- [3] Su X Q, Liu L T, Houtse H, et al. JGeod, 2014, 88: 145
- [4] Bizouard C, Lambert S, Gattano C, et al. JGeod, 2019, 93: 621
- [5] Zhao D N, Lei Y. StGG, 2020, 64: 293
- [6] Wu F, Chang G B, Deng K Z, et al. AcGG, 2019, 54: 557
- [7] Wang G C, Liu L T, Tu Y, et al. StGG, 2018, 62: 243
- [8] Akyilmaz O, Kutterer H, Shum C K, et al. Applied Soft Computing, 2011, 11: 837
- [9] Kosek W, McCarthy D D, Luzum B J. JGeod, 1998, 72: 189
- [10] 赵鑫, 吴元伟, 杨新宇, 等. 天文学报, 2022, 63: 47
- [11] Zhao X, Wu Y W, Yang X Y, et al. ChA&A, 2022, 46: 486
- [12] Kalarus M, Schuh H, Kosek W, et al. JGeod, 2010, 84: 587
- [13] Zhao D N, Lei Y. StGG, 2019, 63: 83
- [14] Lei Y, Cai H B, Zhao D N. G&G, 2017, 8: 141
- [15] Vautard R, Yiou P, Ghil M. PhyD, 1992, 58: 95
- [16] 周茂盛, 郭金运, 沈毅, 等. 地球物理学报, 2018, 61: 4383
- [17] Chen Q, van Dam T, Sneeuw N, et al. JGeo, 2013, 72: 25
- [18] 郭金运, 高文宗, 于红娟, 等. 地球物理学报, 2018, 61: 3889
- [19] Biz H. JGeod, 2008, 82: 871
- [20] Ding H, Shen W B. NPGEO, 2015, 22: 473
- [21] Cryer J D, Chan K S. Time Series Analysis with Application with R. New York: Springer, 2009: 249-276
- [22] Akaike H. Annals of the Institute of Statistical Mathematics, 1971, 23: 163

Improvement in the Medium- and Long-term Prediction Accuracy of Polar Motion Using Singular Spectrum Analysis

ZHAO Dan-ning¹ LEI Yu² QIAO Hai-hua³

(1 School of Electrical and Electronic Engineering, Baoji University of Arts and Sciences, Baoji 721016)

(2 School of Computer Science and Technology, Xi'an University of Posts and Telecommunications, Xi'an 710121)

(3 National Time Service Center, Chinese Academy of Sciences, Xi'an 710600)

ABSTRACT Polar motion cannot be determined in real time owing to the delay caused by data transfer and heavy computation procedures. Polar motion predictions are therefore required for many real-time applications and geodynamics study. Polar motion with respect to the axis of the terrestrial reference system is not constant in time but changes due to external forces and internal processes. This paper proposes a hybrid method to improve polar motion prediction based on singular spectrum analysis (SSA). In this method, the SSA is employed to separate and extract the low- and high-frequency components of polar motion. Next, the least square (LS) extrapolation and autoregressive (AR) models are applied to model and predict the extracted low- and high-frequency components, respectively. The subsequent predictions of the low- and high-frequency components are summed to obtain the predicted values of polar motion. The singular spectrum analysis of the polar motion time-series shows that the low- and high-frequency components can be accurately extracted from the original time-series of polar motion by the SSA technology. Further, the prediction results illustrate that the proposed SSA-based combined model can substantially improve the medium- and long-term predictions of polar motion out 30 days in the future. In comparison with the polar motion predictions from the Bulletin A published by the International Earth Rotation and Reference Systems Service (IERS), the highest improvements found for PMX in the prime meridian direction and PMY in the west 90° meridian direction are 45.97% and 62.44% up to 365 days in the future, respectively. It is concluded that the SSA is a potential method to enhance medium- and long-term predictions of polar motion.

Key words astrometry: reference systems, Earth rotation: polar motion, methods: data analysis